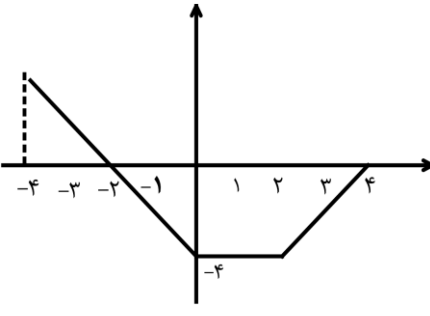
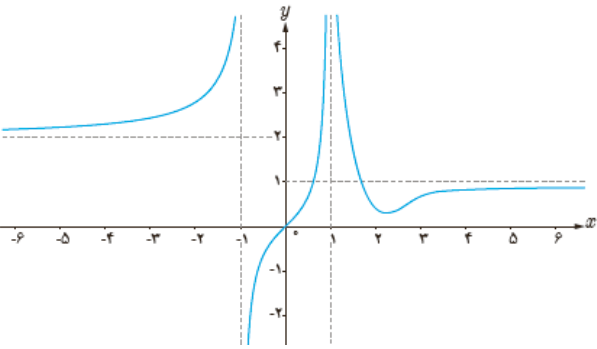
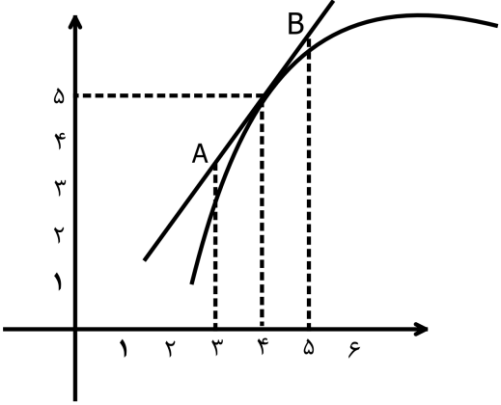


تاریخ آزمون : ۹۹ / ۱۰ / ۲۱ مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ دبیرستان غیردولتی هدی (دوره ی دوم) آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ تعداد صفحه : ۳ تعداد سوال : ۱۵	نام و نام خانوادگی : سوالات امتحان درس: ریاضی ۳ پایه : دوازدهم رشته : تجربی نام دبیر : خانم فرایی
تاریخ تصحیح : ۹۹ / / نمره : با عدد () نمره با حروف : () امضای دبیر : ()		
ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف- تابع $y = 2x + 3$ در $\mathbb{R}$ نه صعودی است و نه نزولی. ب- تابع تانژانت در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ نزولی است. ج- اگر $2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$، آن گاه $\sin \alpha < \tan \alpha$	۰/۷۵
۲	نمودار تابع $y = \begin{cases} \sqrt{x+2} & x > 2 \\ x^3 & -1 \leq x \leq 1 \\ -x+1 & x \leq -3 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی یا نزولی است.	۱
۳	با استفاده از نمودار $f(x)$، نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}f(2x) - 1$ را رسم کنید. 	۱
۴	اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g(x) = \frac{2x-3}{x+2}$، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	اگر $f = \{(1,4), (2,3), (5,1)\}$ و $g(x) = 2 x + 1$ و $f^{-1}(g(a)) = 2$، مقدار a را بیابید.	۱
۶	وارون پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ را بررسی کنید و در صورت وارونپذیر نبودن آن را به یک تابع وارون پذیر تبدیل کنید، سپس وارون آن را در صورت وجود بیابید. (رسم نمودار را برای هر دو تابع انجام دهید)	۲

۷	نمودار تابع $f(x) = 1 - a \sin(bx)$ به صورت زیر است، a و b را به دست آورید.	۱
۸	نسبت های مثلثاتی سینوس زاویه 15° و کسینوس زاویه $22/5^\circ$ درجه را به دست آورید.	۱/۲۵
۹	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $\sin 5x = \sin(2x + 1)$ ب) $\cos 2x + \sin x = 0$	۱/۵
۱۰	اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4 + 5x^2 + 1}{3x^n - x^2 + 4} = -2$ باشد، $a + n$ را پیدا کنید.	۰/۷۵
۱۱	حاصل حد های زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{x^2 - 1} =$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x + 1}} =$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - \sqrt{9x^2 + 7}}{x + \sqrt{4x^2 + 5}} =$ $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{-1}{\cos x}$	۳/۲۵

۱	نمودار تابع f به شکل زیر است. حدود خواسته شده را بنویسید.  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$	۱۲
۲	اگر $f(x) = x^2 + 4$ باشد الف) $f'(1)$ به کمک تعریف مشتق را محاسبه کنید. ب) معادله خط مماس بر منحنی در نقطه ای به طول یک واقع بر آن را بنویسید.	۱۳
۱	برای تابع F در شکل زیر داریم $f(4) = 5$ و $f'(4) = 2$ با توجه به شکل مختصات A و B را تعیین کنید. 	۱۴
۱/۲۵	اگر $f(x) = \sqrt[3]{5x+1}$ باشد، مشتق تابع را به کمک تعریف مشتق بدست آورید	۱۵
	موفق باشید	

تاریخ آزمون: ۱۰، ۱۱، ۱۲
سال تحصیلی: ۱۴۰۰ - ۱۳۹۹

«به نام خدا»
راهنمای تصحیح ریاضی ۳
پایه: دوازدهم تجربی
مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه

الف) ✓ ب) X ج) X د) X ه) X ۱) ✓

۲) $y = \begin{cases} \sqrt{x+1} & x \geq -1 \\ x^3 & -1 < x < 1 \\ -x+1 & x \leq -1 \end{cases}$

$\Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

x	-1	0	1
y	-1	0	1

x	-3	-2
y	4	8

دامنه: $(-\infty, -1] \cup [-1, 1] \cup (1, +\infty)$

۳) $y = -\frac{1}{x} f(2x) - 1$

x	-2	0	2	-2	2
y	0	-2	0	0	-1

تغییر نقاط بر روی: (۱۵)

۴) $f(x) = \sqrt{x-3}$ $g(x) = \frac{2x-3}{x+2}$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$ $D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$ (۱۰)

$x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow D_f = [3, +\infty)$ (۱۰)

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} - \{-2\} \mid \frac{2x-3}{x+2} \in [3, +\infty)\} = (-\infty, -9] \cup (-2, +\infty)$ (۱۰)

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{2x-3}{x+2}\right) = \sqrt{\frac{2x-3}{x+2} - 3}$ (۱۰)

$\frac{2x-3}{x+2} - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{2x-3-3x-6}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x-9}{x+2} \geq 0$

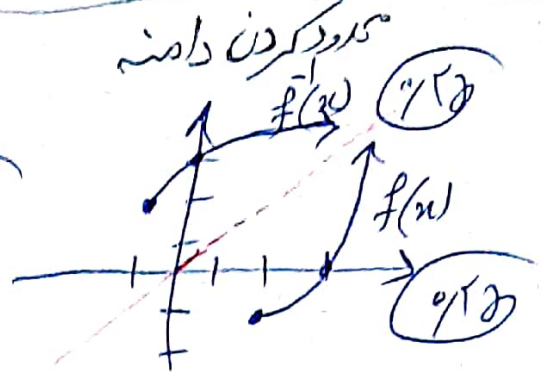
x	-9	-2
+	-	+

$(-\infty, -9] \cup (-2, +\infty)$

د) $f = \{(1,2)(2,2)(3,1)\}$ $g(x) = 2/|x| + 1$ $f^{-1}(g(a)) = 2 \Rightarrow a = ?$
 $f^{-1} = \{(2,1)(2,2)(1,3)\}$ $g(a) = 2 \Rightarrow 2/|a| + 1 = 2 \Rightarrow 2/|a| = 1 \Rightarrow |a| = 2$
 $a = \pm 2$

ه) $f(x) = x^2 - 6x + 3 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{+6}{2} = 3 \Rightarrow y = 2^2 - 6(2) + 3 = -5$
 $f^{-1}(y) = (x-3)^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (x-3)^2 \Rightarrow \sqrt{y+1} = |x-3|$
 $x-3 = \pm \sqrt{y+1} \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{y+1}$
 $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 3$
 $f(x) = (x-3)^2 - 1$

دامنه و بردار
 $D = (-\infty, 2] \cup D = [2, +\infty)$



و) $f(x) = 1 - a \sin(bx)$ $T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$
 $\max = 2 \Rightarrow |a| + 1 = 2 \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$
 $\min = -1 \Rightarrow -|a| + 1 = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$

ز) $\sin 18^\circ = \sin(45^\circ - 27^\circ) = \sin 45^\circ \cos 27^\circ - \cos 45^\circ \sin 27^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$
 $\cos 18^\circ \Rightarrow \cos 27^\circ = \frac{1 + \cos 36^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$
 $\sin 18^\circ \Rightarrow \sin 18^\circ = \frac{1 - \cos 36^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$
 $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$

9) a) $\sin(\delta x) = \sin(\gamma x + 1) \Rightarrow \begin{cases} \delta x = \gamma x + 1 \\ \delta x = \gamma x + \pi - (\gamma x + 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\delta x - \gamma x}{\gamma x} = \frac{1}{\gamma x} \\ \delta x - \gamma x = \pi - 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \frac{\gamma k\pi}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \\ x = \frac{\gamma}{\gamma} k\pi + \frac{\pi}{\gamma} - \frac{1}{\gamma} \end{cases}$$

(1/0)

b) $\cos(\gamma x) + \sin x = 0 \Rightarrow 1 - \gamma \sin^2 x + \sin x = 0 \Rightarrow -\gamma \sin^2 x + \sin x + 1 = 0$

$a + b + c = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma}$

$\sin x = \frac{c}{a} = \frac{1}{-\gamma} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi - (-\frac{\pi}{\gamma}) \end{cases}$

(1)

10) $\frac{a n^r}{\gamma n^n} = -\gamma \Rightarrow n = \gamma \quad \frac{a}{\gamma} = -\gamma \Rightarrow a = -\gamma^2$ (1/0)

11) $\lim_{n \rightarrow \gamma} \frac{[n] - 1}{n^r - 1} = \frac{[\gamma] - 1}{\gamma^r - 1} = \frac{-1}{0} = +\infty$ (1/0)

12) $\lim_{x \rightarrow \gamma} \frac{\gamma - \sqrt{x}}{\gamma - \sqrt{\gamma x + 1}} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \gamma} \frac{\gamma - \sqrt{x}}{\gamma - \sqrt{\gamma x + 1}} \times \frac{\gamma + \sqrt{x}}{\gamma + \sqrt{x}} \times \frac{\gamma + \sqrt{\gamma x + 1}}{\gamma + \sqrt{\gamma x + 1}} =$

$\lim_{x \rightarrow \gamma} \frac{(\gamma - x)(\gamma + \sqrt{\gamma x + 1})}{(9 - (\gamma x + 1))(\gamma + \sqrt{x})} = \frac{\gamma + \sqrt{\gamma(\gamma) + 1}}{\gamma(\gamma + \sqrt{\gamma})} = \frac{\gamma + \gamma}{\gamma} = \frac{2\gamma}{\gamma} = 2$ (1/0)

$1 - \gamma x = \gamma(\gamma - x)$

13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\delta x - |\gamma x|}{x + |\gamma x|} = \frac{\delta x - (-\gamma x)}{x - \gamma x} = \frac{1x}{-x} = -1$ (1/0)

$$2) \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{-1}{\cos x} = \frac{-1}{\cos(\frac{\pi}{2})} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (1/2)$$

$$12) \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \quad (1/2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \quad (1/2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \quad (1/2)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \quad (1/2)$$

$$13) f(x) = x^2 + 2 \quad \text{a)} f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2 - (1^2 + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2 \quad (1/2)$$

$$\therefore A = (1, 2) \Rightarrow m = f'(1) = 2 \quad y - 2 = 2(x - 1) \Rightarrow y - 2 = 2x - 2 \Rightarrow y = 2x$$

$$14) A_2(5, 2) \quad m = 2 \quad y - 2 = 2(x - 5) \Rightarrow y - 2 = 2x - 10 \Rightarrow y = 2x - 8$$

$$15) f(x) = \sqrt[3]{2x+1} \Rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{2(x+h)+1} - \sqrt[3]{2x+1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{2x+2h+1} - \sqrt[3]{2x+1}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{2x+2h+1} - \sqrt[3]{2x+1}}{h} \cdot \frac{\sqrt[3]{(2x+2h+1)^2} + \sqrt[3]{(2x+1)(2x+2h+1)} + \sqrt[3]{(2x+1)^2}}{\sqrt[3]{(2x+2h+1)^2} + \sqrt[3]{(2x+1)(2x+2h+1)} + \sqrt[3]{(2x+1)^2}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x+2h+1 - 2x-1}{h(\sqrt[3]{(2x+2h+1)^2} + \sqrt[3]{(2x+1)(2x+2h+1)} + \sqrt[3]{(2x+1)^2})} = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}} \quad (1/2)$$